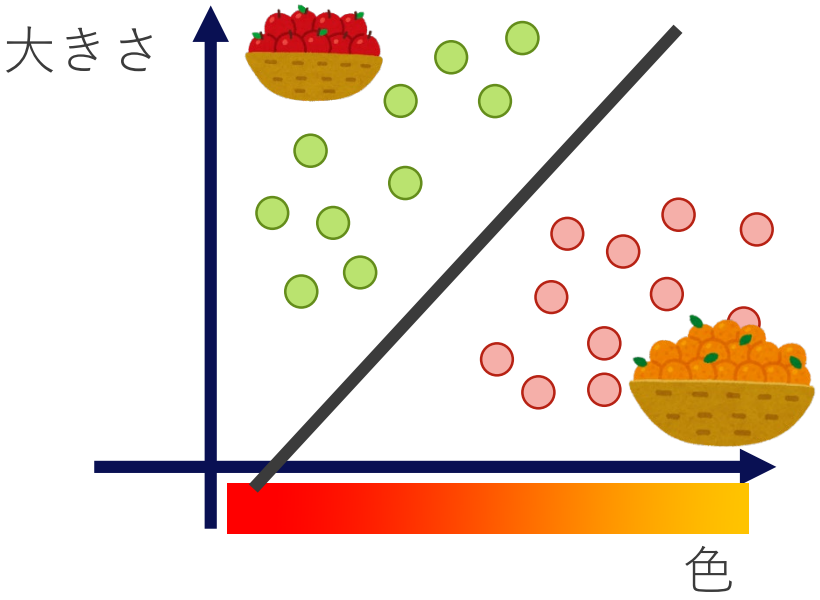
教師あり学習と教師なし学習と確率

教師あり学習（識別問題）と 教師なし学習（クラスタリング）

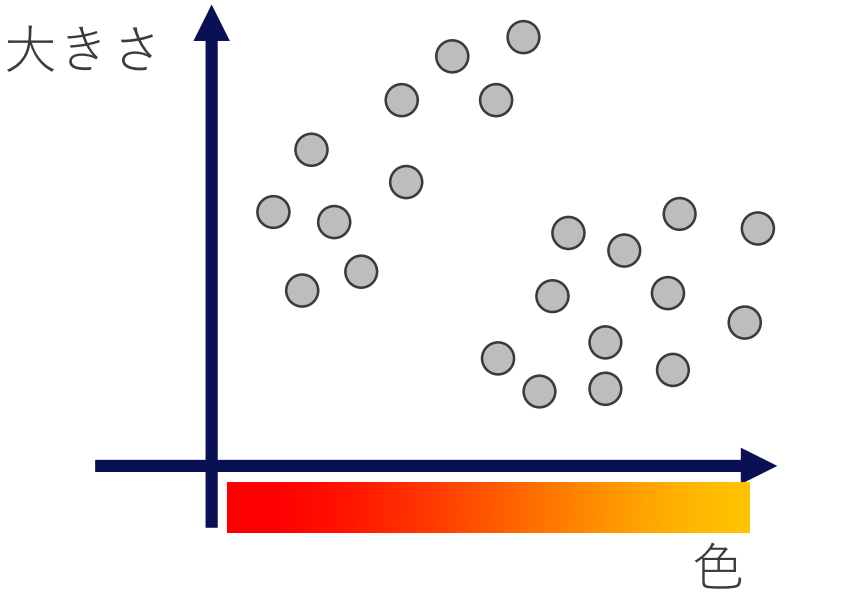
識別問題（第二回講義）：
データをクラスに識別する問題

与えられた教師データからそれら
を分離する境界を計算



クラスタリング：
データを複数の集合(クラスタ) に分離する問題

どちらがリンゴかミカンか教えなくとも
二つの集団があることがわかる



確率の復習

(離散)確率変数 X, 実現値 x, 確率 $P(X = x)$

同時確率　$P(X = x, Y = y)$

$$P(X = 0, Y = 0) = 40/100$$

周辺確率　$P(Y = y) = \Sigma_x P(x, y)$

$$P(Y = 0) = 40/100 + 20/100$$

条件付確率　$P(X = x|Y = y) = \dfrac{P(X = x, Y = y)}{P(Y = y)}$

$$P(X = 0|Y = 0) = \frac{40/100}{30/50} = 2/3$$

$X \backslash Y$	0	1
0	40	10
1	20	30

度数分布表

ベイズの定理

$$P(Y = y|X = x) = \frac{P(X = x|Y = y)\,P(Y = y)}{P(X = x)}$$

$$P(Y = 0|X = 0) = \frac{2/3 \cdot 3/5}{1/2} = 1/5$$

ナイーブベイズ識別器 （教師あり学習）(1/3)

スパムメールフィルタの問題：特定の単語がメールに含まれているかどうかでスパムメールを識別したい

スパムメール中の単語の出現確率

$$\frac{\text{単語がスパムメールに出現した回数}}{\text{全スパムメールの数}}$$

$P(\text{今だけ} = 1 | \text{スパム} = 1)$
$P(\text{【重要】} = 1 | \text{スパム} = 1)$
……

非スパムメール中の単語の出現確率

$$\frac{\text{単語が非スパムメールに出現した回数}}{\text{全非スパムメールの数}}$$

$P(\text{今だけ} = 1 | \text{スパム} = 0)$
$P(\text{【重要】} = 1 | \text{スパム} = 0)$
……

スパムメールと非スパムメールの確率

$$P(\text{スパム} = 1) = \frac{\text{スパムメールの数}}{\text{全メールの数}}$$

$$P(\text{スパム} = 0) = \frac{\text{非スパムメールの数}}{\text{全メールの数}}$$

ナイーブベイズ識別器（教師あり学習）(2/3)

今、あるメールが来た時に知りたい確率

$P(\text{スパム} = 1 | \text{今だけ} = 1, \text{【重要】} = 1)$

ナイーブベイズ識別器（教師あり学習）(2/3)

今、あるメールが来た時に知りたい確率

$P(\text{スパム} = 1 | \text{今だけ} = 1, \text{【重要】} = 1)$

ベイズの定理 $P(Y = y|X = x) = \dfrac{P(X = x|Y = y)\,P(Y = y)}{P(X = x)}$

$$= \frac{P(\text{今だけ} = 1, \text{【重要】} = 1|\ \text{スパム} = 1)\quad P(\ \text{スパム} = 1)}{P(\text{今だけ} = 1, \text{【重要】} = 1)}$$

ナイーブベイズ識別器（教師あり学習）(2/3)

今、あるメールが来た時に知りたい確率

$$P(\text{スパム} = 1 | \text{今だけ} = 1, \text{【重要】} = 1)$$

ベイズの定理

$$P(Y = y|X = x) = \frac{P(X = x|Y = y)\,P(Y = y)}{P(X = x)}$$

$$= \frac{P(\text{今だけ} = 1, \text{【重要】} = 1|\ \text{スパム} = 1)\ \ P(\text{スパム} = 1)}{P(\text{今だけ} = 1, \text{【重要】} = 1)}$$

仮定：条件付き独立

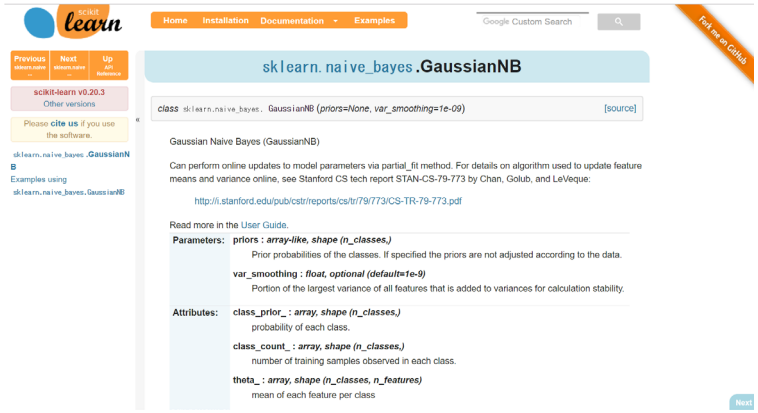
$$P(X = x, Y = y\,|C = c) = P(X = x\,|C = c)P(Y = y\,|C = c)$$

$$= \frac{P(\text{今だけ} = 1, |\ \text{スパム} = 1)P(\text{【重要】} = 1, |\ \text{スパム} = 1)\ \ P(\text{スパム} = 1)}{P(\text{今だけ} = 1, \text{【重要】} = 1)}$$

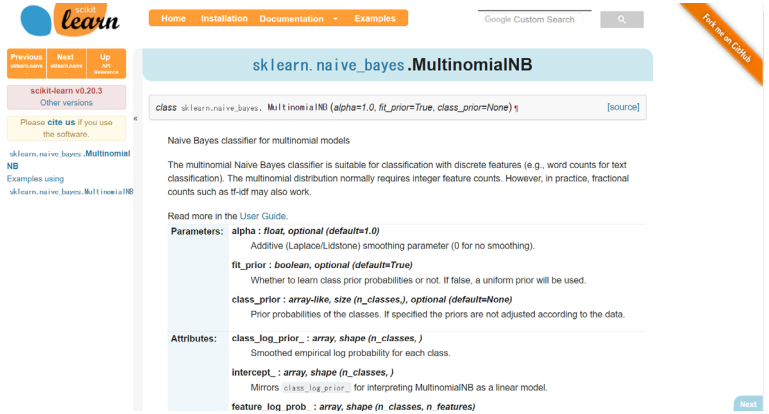
この計算をすれば新たに来たメールのスパム判定ができる

ナイーブベイズ識別器 （教師あり学習）(3/3)

ナイーブベイズ識別器の特徴の一つ：確率分布を用いているので様々な分布のものをデータの形式に合わせて選択できる



ガウス分布
（連続値データ）

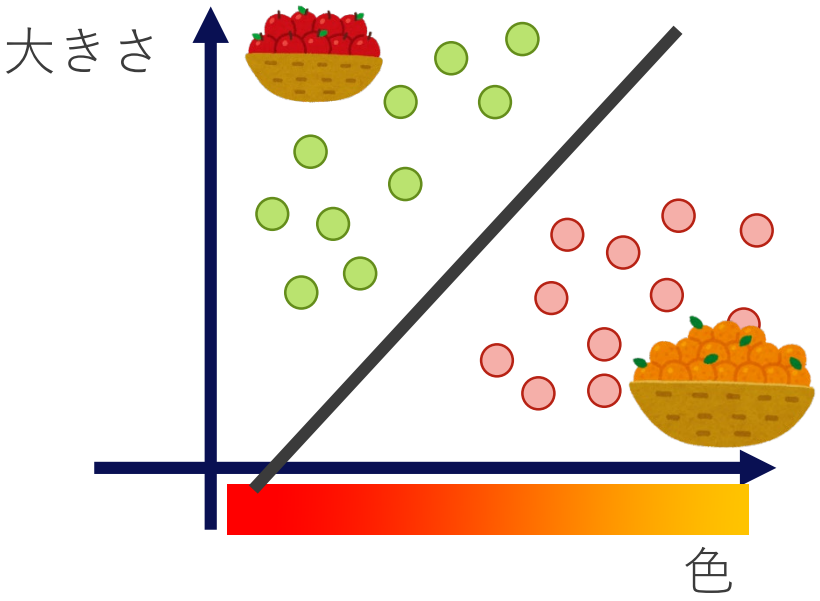


多項分布
（カテゴリーデータ）

教師あり学習（識別問題）と 教師なし学習（クラスタリング）

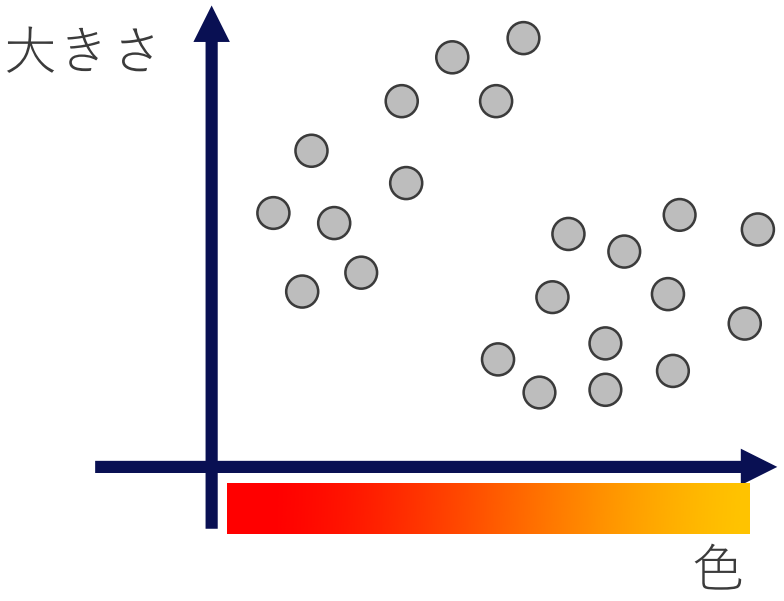
識別問題：
データをクラスに識別する問題

与えられた教師データからそれら
を分離する境界を計算



クラスタリング：
データを複数の集合(クラスタ) に分離する問題

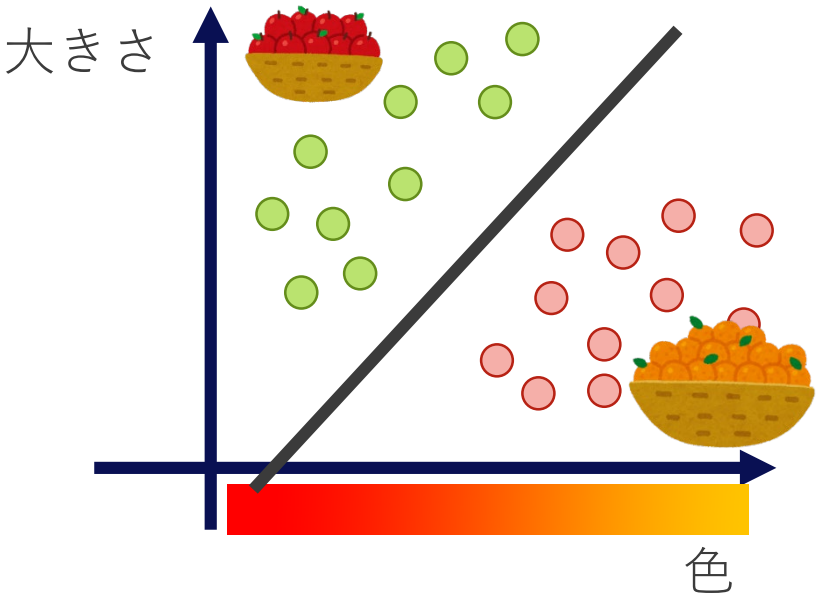
どちらがリンゴかミカンか教えなくとも
二つの集団があることがわかる



教師あり学習（識別問題）と 教師なし学習（クラスタリング）

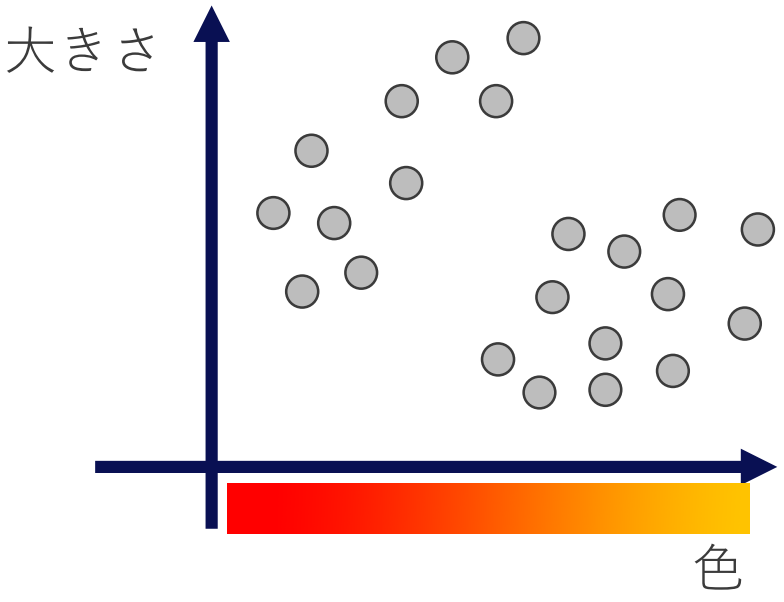
識別問題：
データをクラスに識別する問題

与えられた教師データからそれら
を分離する境界を計算



クラスタリング：
データを複数の集合(クラスタ) に分離する問題

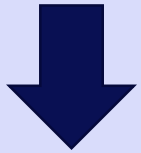
どちらがリンゴかミカンか教えなくとも
二つの集団があることがわかる



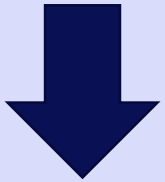
ナイーブベイズクラスタリング

ナイーブベイズ識別器

クラス分けされた文書



$P(X = x|C = c)$を計算する



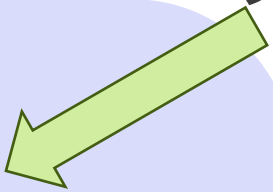
c: クラス
（スパムかどうか）
x: 単語の有無

文書のクラスの確率を計算できる

$P(C = c|X = x)$

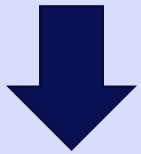
ナイーブベイズクラスタリング

文書のクラスをランダムに割り当てる

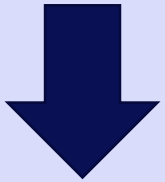


ナイーブベイズ識別器

クラス分けされた文書



$P(X = x|C = c)$を計算する

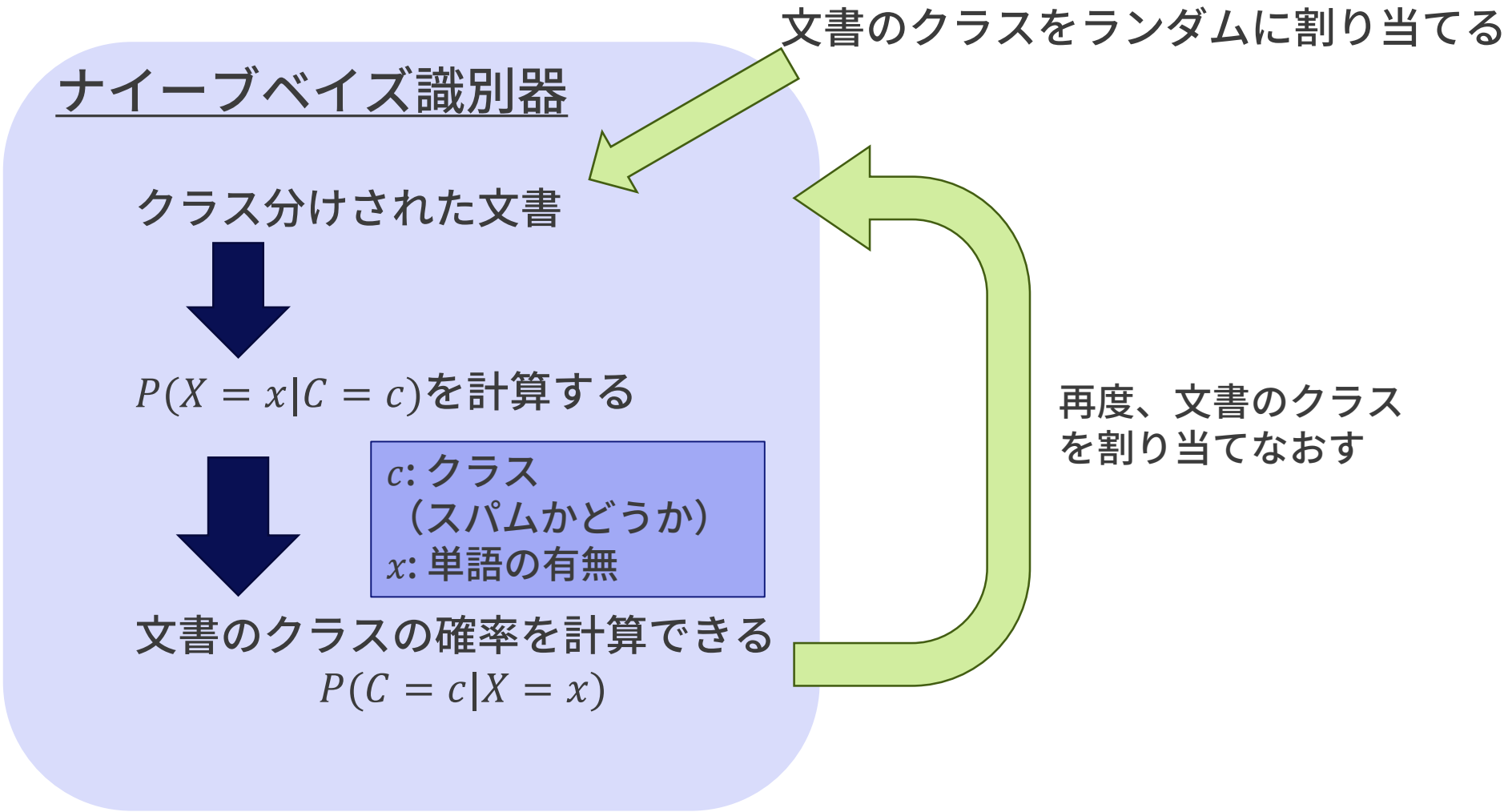


c: クラス
（スパムかどうか）
x: 単語の有無

文書のクラスの確率を計算できる

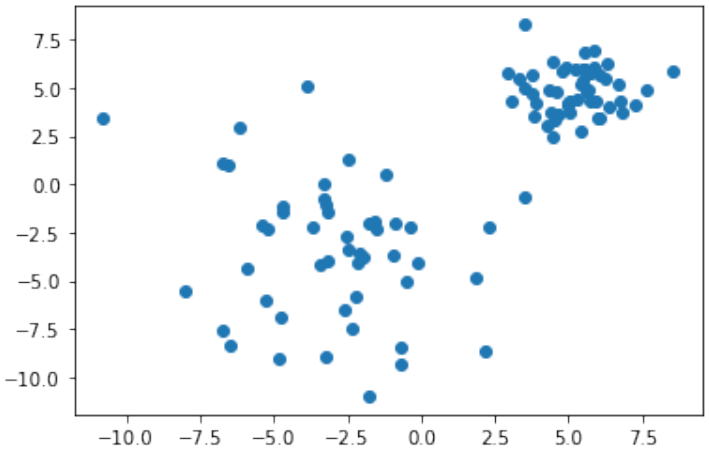
$P(C = c|X = x)$

ナイーブベイズクラスタリング

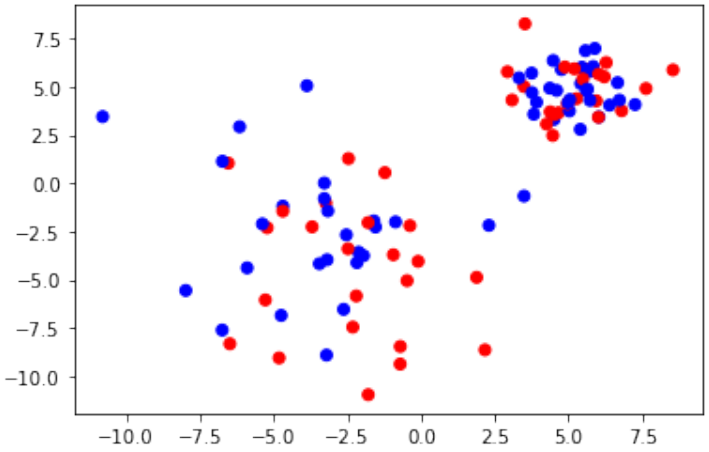


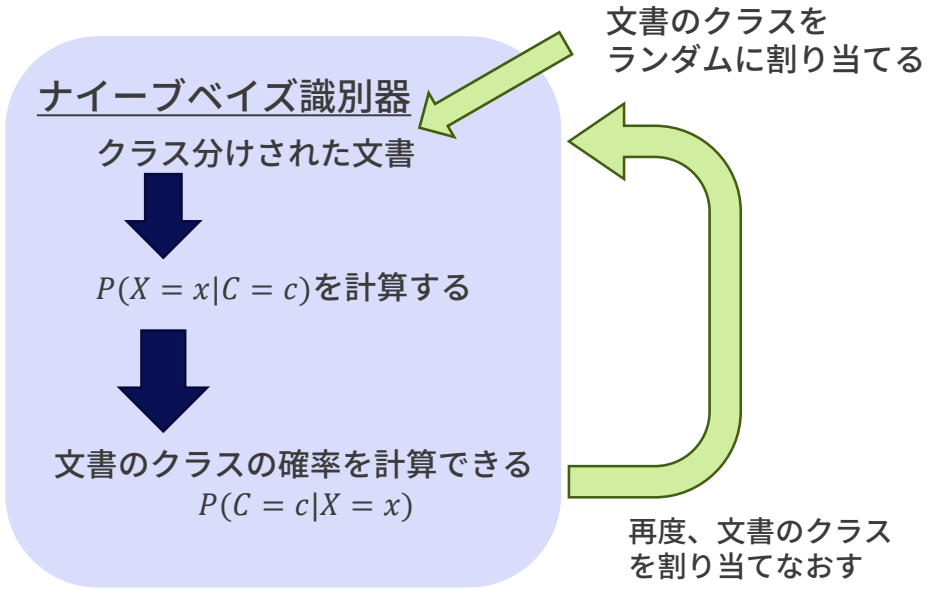
初期化（ナイーブベイズクラスタリング）

元データ



クラスをランダムに割り当てる

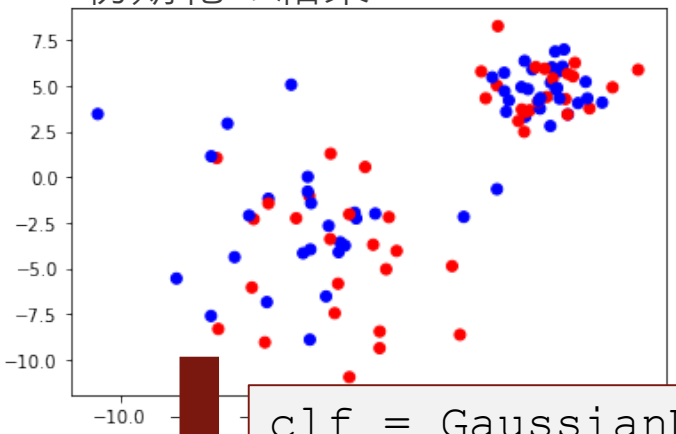




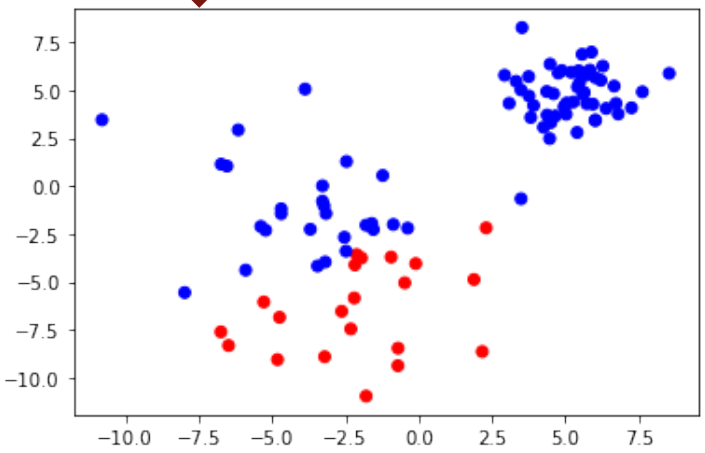
c: クラス
（スパムかどうか）
x: 単語の有無

繰り返し1回目（ナイーブベイズクラスタリング）

初期化の結果




```
clf = GaussianNB()
clf.fit(X, Y)
newY=clf.predict(X)
```



ナイーブベイズ識別器

クラス分けされた文書

$P(X = x|C = c)$を計算する

文書のクラスの確率を計算できる

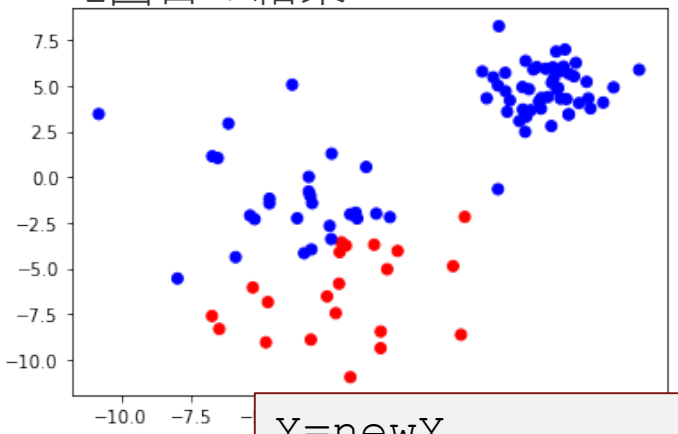
$P(C = c|X = x)$

文書のクラスを
ランダムに割り当てる

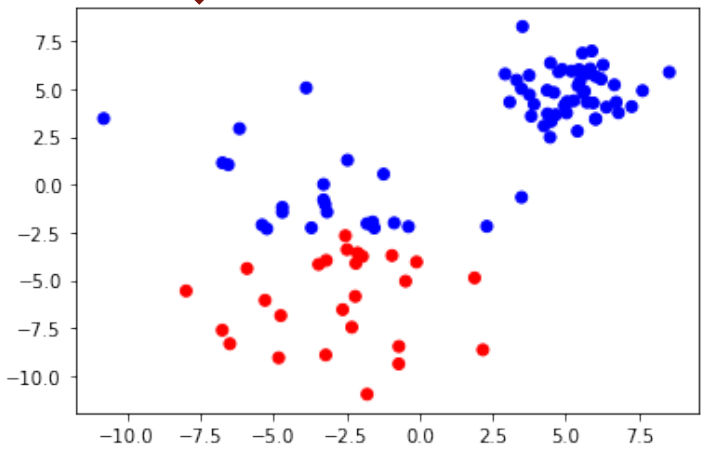
再度、文書のクラス
を割り当てなおす

繰り返し2回目（ナイーブベイズクラスタリング）

1回目の結果



```
Y=newY
clf.fit(X, Y)
newY=clf.predict(X)
```



ナイーブベイズ識別器

クラス分けされた文書

$P(X = x|C = c)$を計算する

文書のクラスの確率を計算できる

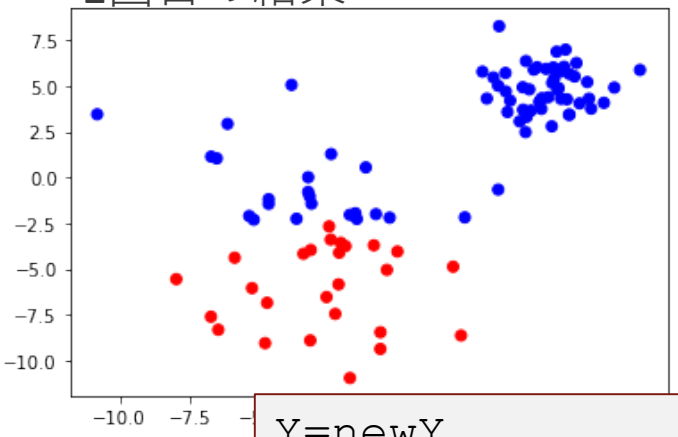
$P(C = c|X = x)$

文書のクラスを
ランダムに割り当てる

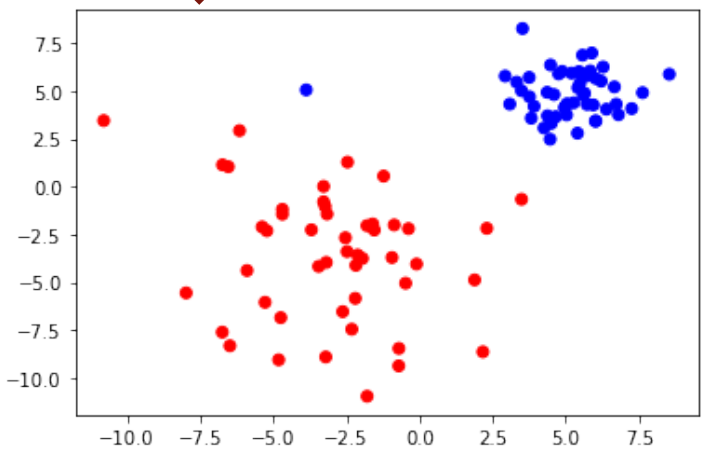
再度、文書のクラス
を割り当てなおす

繰り返し3回目（ナイーブベイズクラスタリング）

2回目の結果



```
Y=newY
clf.fit(X, Y)
newY=clf.predict(X)
```



ナイーブベイズ識別器

クラス分けされた文書

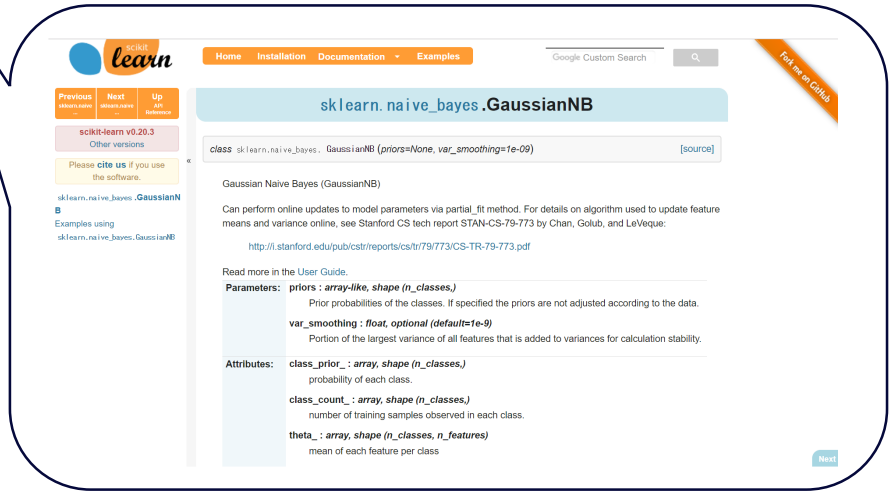
$P(X = x|C = c)$を計算する

文書のクラスの確率を計算できる

$P(C = c|X = x)$

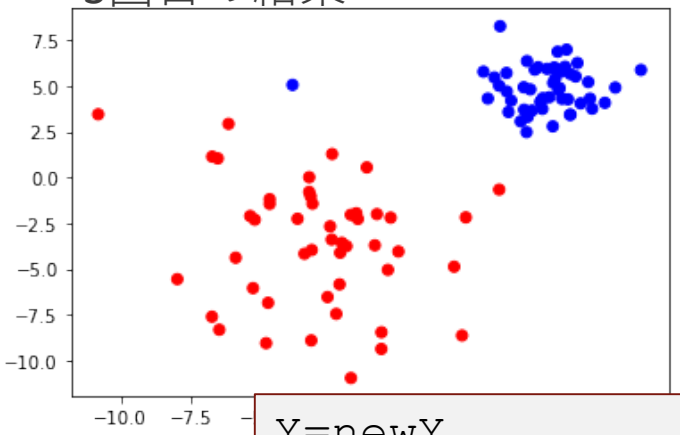
文書のクラスを
ランダムに割り当てる

再度、文書のクラス
を割り当てなおす

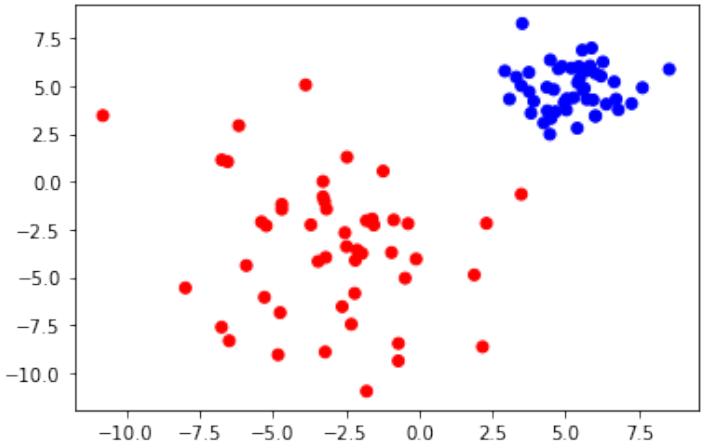


繰り返し4回目（ナイーブベイズクラスタリング）

3回目の結果



```
Y=newY
clf.fit(X, Y)
newY=clf.predict(X)
```



ナイーブベイズ識別器

クラス分けされた文書

$P(X = x|C = c)$を計算する

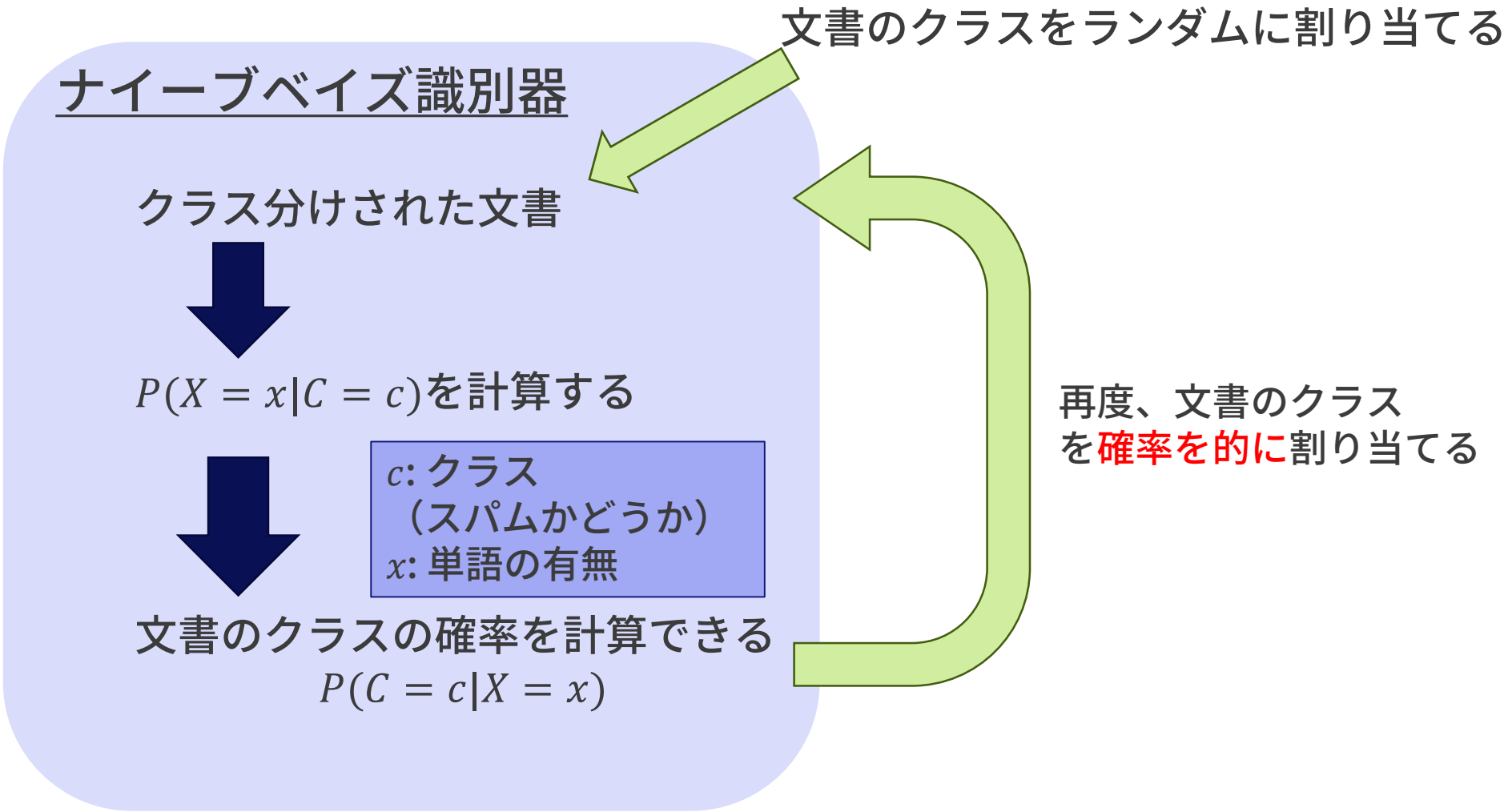
文書のクラスの確率を計算できる

$P(C = c|X = x)$

文書のクラスを
ランダムに割り当てる

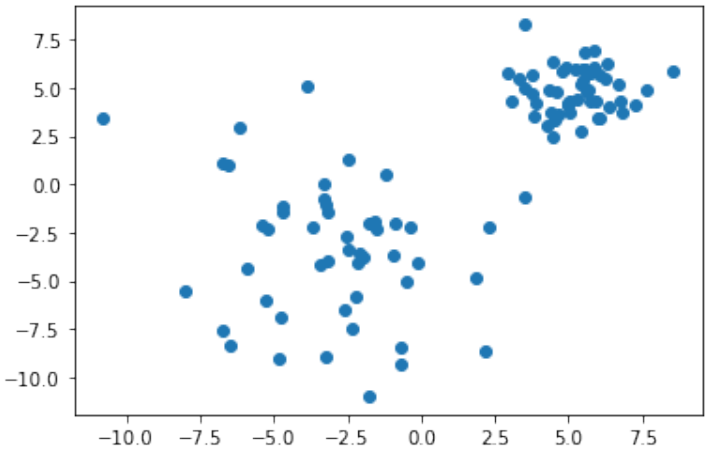
再度、文書のクラス
を割り当てなおす

ナイーブベイズクラスタリング

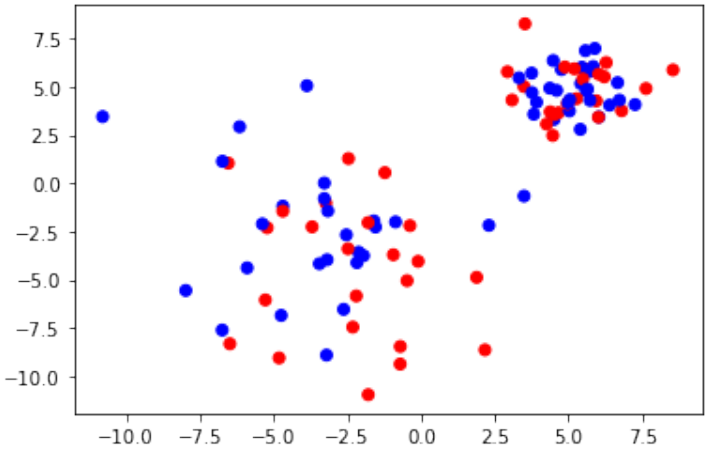


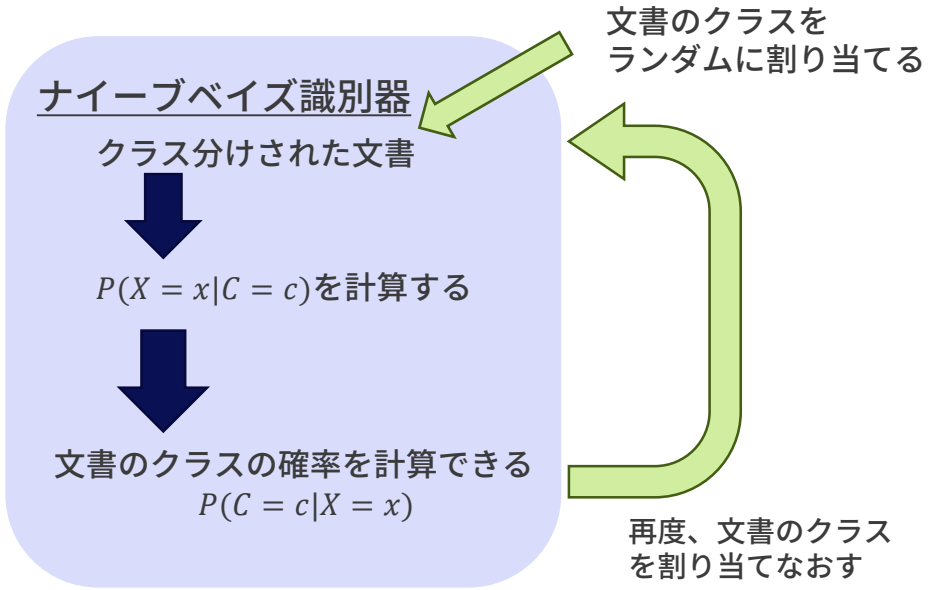
初期化（ナイーブベイズクラスタリング）

元データ



クラスをランダムに割り当てる

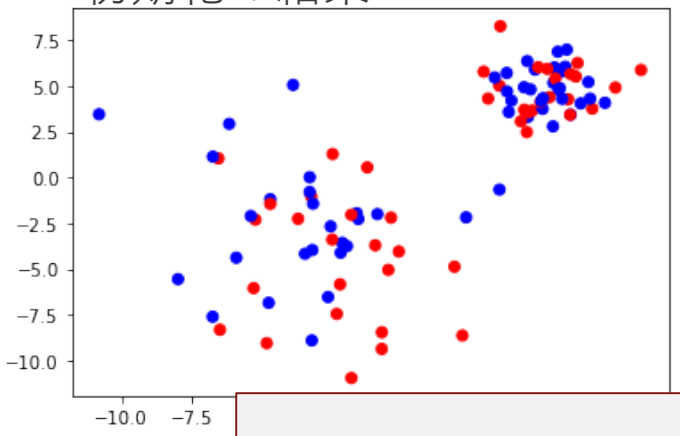




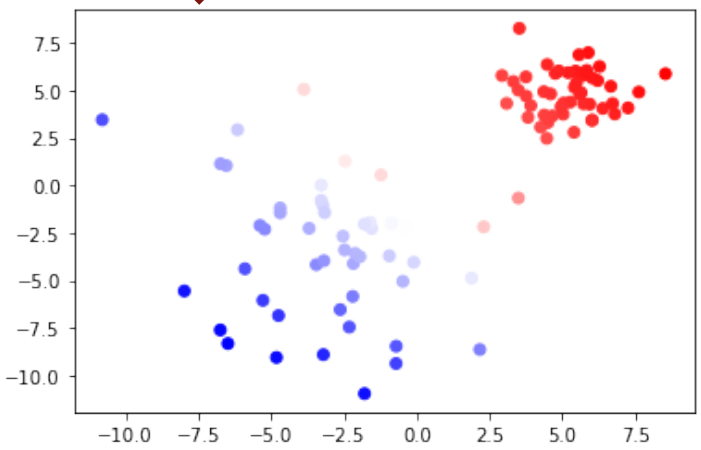
c: クラス
（スパムかどうか）
x: 単語の有無

繰り返し1回目（ナイーブベイズクラスタリング）

初期化の結果




```
…
clf.fit(X, Y)
newY=clf.predict_proba(X)
```



ナイーブベイズ識別器

クラス分けされた文書

$P(X = x|C = c)$を計算する

文書のクラスの確率を計算できる

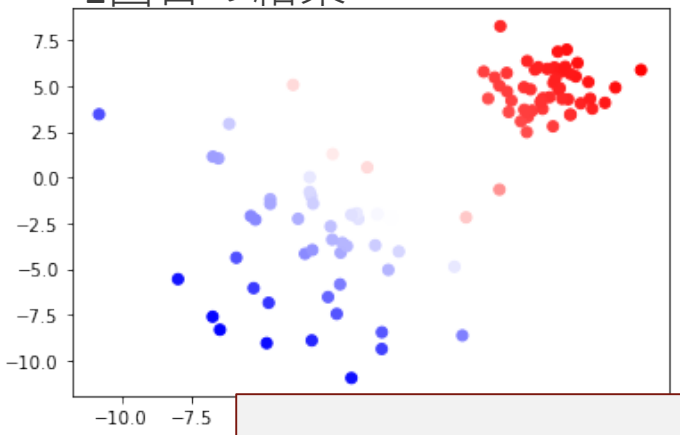
$P(C = c|X = x)$

文書のクラスを
ランダムに割り当てる

再度、文書のクラス
を確率を的に割り当てる

繰り返し2回目（ナイーブベイズクラスタリング）

1回目の結果




```
…
clf.fit(X, Y)
newY=clf.predict_proba(X)
```

ナイーブベイズ識別器

クラス分けされた文書

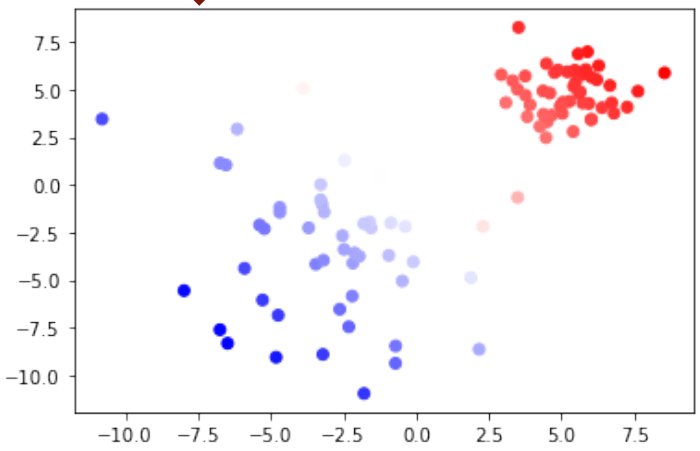
$P(X = x|C = c)$を計算する

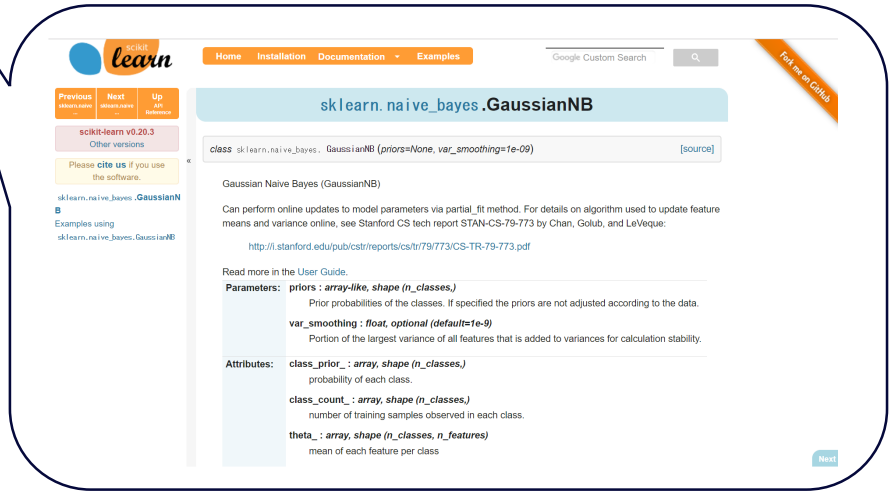
文書のクラスの確率を計算できる

$P(C = c|X = x)$

文書のクラスを
ランダムに割り当てる

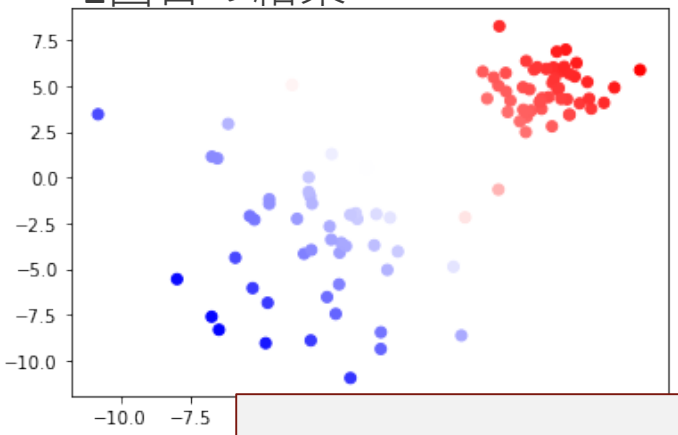
再度、文書のクラス
を確率を的に割り当てる





繰り返し3回目（ナイーブベイズクラスタリング）

2回目の結果




```
…
clf.fit(X, Y)
newY=clf.predict_proba(X)
```

ナイーブベイズ識別器

クラス分けされた文書

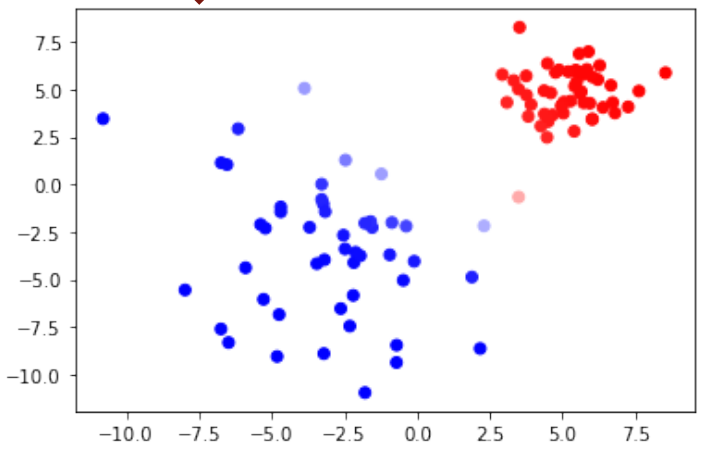
$P(X = x|C = c)$を計算する

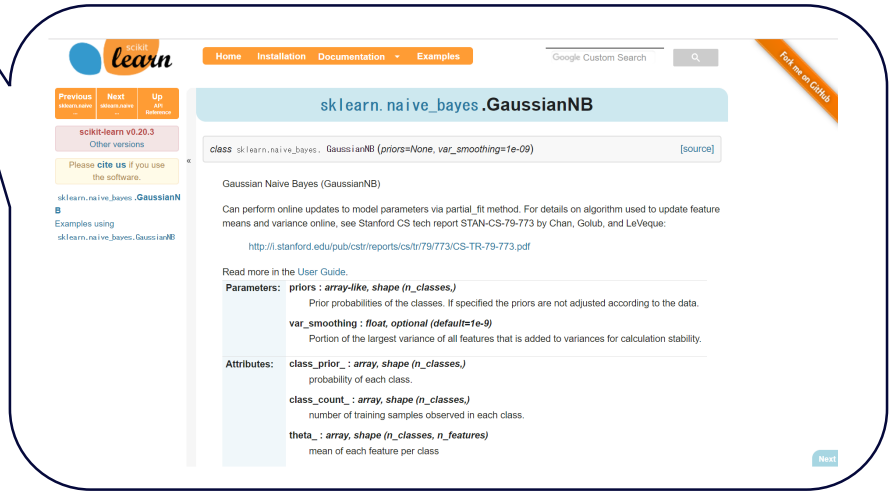
文書のクラスの確率を計算できる

$P(C = c|X = x)$

文書のクラスを
ランダムに割り当てる

再度、文書のクラス
を確率を的に割り当てる

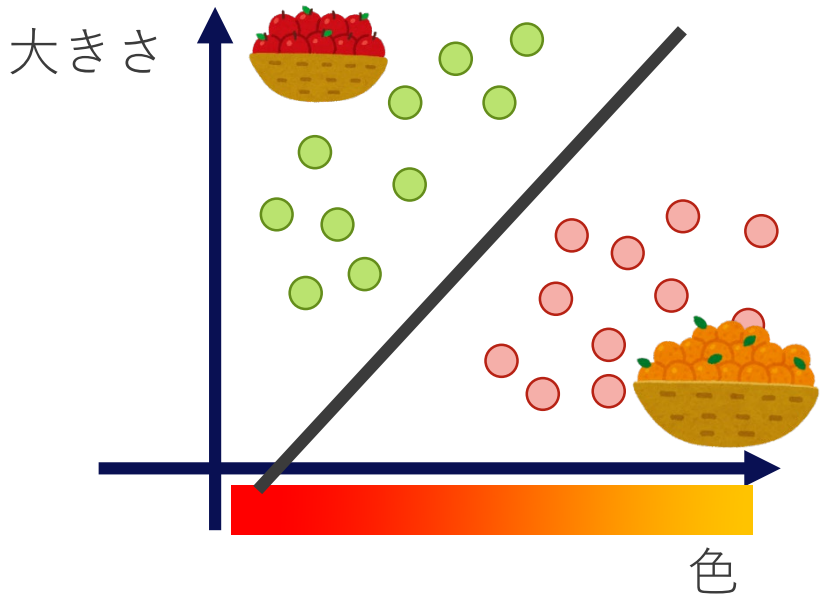




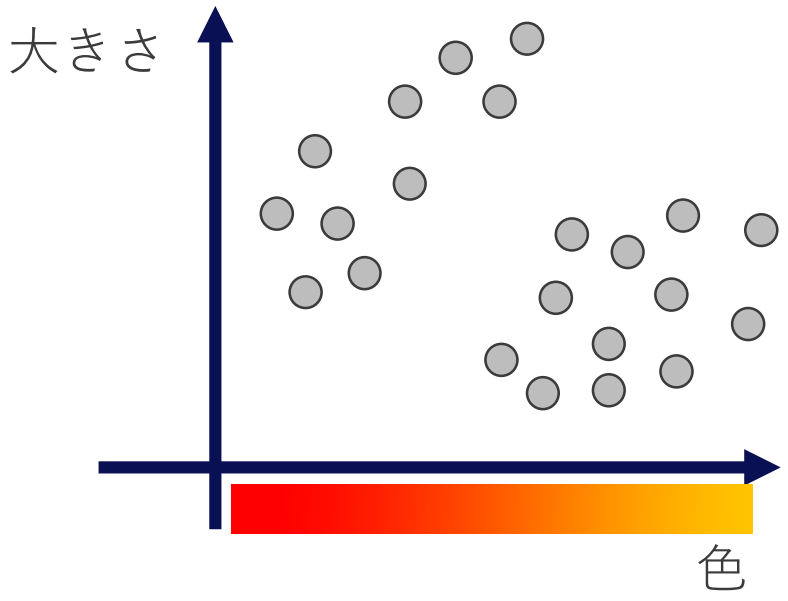
まとめ

確率を使った識別問題と クラスタリングの例を紹介した

識別問題：
データをクラスに識別する問題



クラスタリング：
データを複数の集合(クラスタ) に分離する問題



＊今回紹介したクラスタリング法はHARD-EM法（前半）、
EM法（後半：確率的なクラス割り当ての）と呼ばれる方法